

**Aufgabe 1880**

Quelle: AHS Matura vom 12. Jänner 2022 - Teil-1-Aufgaben - 3. Aufgabe

Angabe mit freundlicher Genehmigung vom Bundesministerium für Bildung; Lösungsweg: Maths2Mind

Parameter einer quadratischen Gleichung

Gegeben ist die quadratische Gleichung

$$x^2 + k \cdot x + 4 \cdot k = 0 \text{ mit dem Parameter } k \in \mathbb{R}$$

Aufgabenstellung [0 / 0,5 / 1 P.] – Bearbeitungszeit < 5 Minuten

Ermitteln Sie die zwei unterschiedlichen Werte k_1 und k_2 von k , für die die gegebene Gleichung genau eine Lösung hat.

Nütze diesen freien Platz, um die Aufgabe selbst zu rechnen:



Lösungsweg zur Aufgabe 1880

Der Koeffizient a vor dem quadratischen Glied ist 1. Es liegt daher die Normalform der quadratischen Gleichung vor. Für die rechnerische Lösung einer quadratischen Gleichung in Normalform mittels pq Formel gilt:

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

Quadratische Gleichungen haben, abhängig von der Diskriminante "D" 3 mögliche Lösungsfälle.

- $D > 0 \rightarrow 2$ Lösungen in \mathbb{R}
- $D = 0 \rightarrow 1$ (eigentlich 2 gleiche) Lösung in \mathbb{R}
- $D < 0 \rightarrow$ keine Lösung in \mathbb{R} , aber 2 konjugiert komplexe Lösungen in \mathbb{C}

Damit die gegebene quadratische Gleichung genau eine Lösung hat, muss die Diskriminante zu Null werden.

Der Angabe entnehmen wir:

$$p = k \quad q = 4 \cdot k$$

Wir setzen in die Gleichung für die Diskriminante ein und heben k heraus:

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 0$$

$$\left(\frac{k}{2}\right)^2 - 4 \cdot k = 0$$

$$\frac{k^2}{4} - 4 \cdot k = 0 \quad | \cdot 4$$

$$k^2 - 16 \cdot k = 0$$

$$k \cdot (k - 16) = 0$$

Der **Satz vom Nullprodukt** besagt, dass ein Produkt immer dann null ist, wenn zumindest einer der beiden Faktoren null ist. Man sieht sofort, dass es folgende 2 Lösungen für k gibt:

$$k_1 = 0 \quad k_2 = 16$$

Die richtige Lösung lautet:

$$k_1 = 0 \quad k_2 = 16$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für das richtige Ermitteln der beiden Werte, ein halber Punkt für nur einen richtigen Wert.