



Aufgabe 1664

Quelle: AHS Matura vom 15. Jänner 2019 - Teil-1-Aufgaben - 3. Aufgabe

Angabe mit freundlicher Genehmigung vom Bundesministerium für Bildung; Lösungsweg: Maths2Mind

Gleichungssystem

Gegeben ist ein Gleichungssystem aus zwei linearen Gleichungen in den Variablen $x, y \in \mathbb{R}$.

$$Gl.1: a \cdot x + y = -2 \text{ mit } a \in \mathbb{R}$$

$$Gl.2: 3 \cdot x + b \cdot y = 6 \text{ mit } b \in \mathbb{R}$$

Aufgabenstellung [0 / 1 P.] – Bearbeitungszeit < 5 Minuten

Bestimmen Sie die Koeffizienten a und b so, dass das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat!

Nütze diesen freien Platz, um die Aufgabe selbst zu rechnen:



Lösungsweg zur Aufgabe 1664

Bei den beiden gegebenen Gleichungen handelt es sich um lineare Gleichungen, weil x nur in der 1. Potenz vorkommt. Weil mehrere, nämlich 2 Gleichungen gleichzeitig gelten, spricht man von einem System linearer Gleichungen.

Man kann jede der beiden linearen Gleichungen für sich genommen als eine Gerade darstellen. Das lineare Gleichungssystem hat dann unendlich viele Lösungen, wenn die beiden Geraden deckungsgleich sind, also unendlich viele gemeinsame Punkte haben.

Es muss daher allgemein gelten:

$$a_1 \cdot x + b_1 \cdot y = c_1$$

$$a_2 \cdot x + b_2 \cdot y = c_2$$

Deckungsgleichheit setzt folgende Zusammenhänge voraus:

$$a_1 \cdot \lambda = a_2$$

$$b_1 \cdot \lambda = b_2$$

$$c_1 \cdot \lambda = c_2$$

Wir müssen also den konstanten Faktor Lambda bestimmen. Weil c_1 und c_2 gegeben sind, schauen wir uns die beiden rechten Seiten der Gleichungen an und errechnen Lambda wie folgt:

$$c_1 \cdot \lambda = c_2$$

$$(-2) \cdot \lambda = 6 \rightarrow \lambda = \frac{6}{-2} = -3$$

Da wir Lambda kennen, berechnen wir zunächst a:

$$a_1 \cdot \lambda = a_2$$

$$a \cdot (-3) = 3 \rightarrow a = \frac{3}{-3} = -1$$

Da wir Lambda kennen, berechnen wir zuletzt noch b:

$$b_1 \cdot \lambda = b_2$$

$$1 \cdot (-3) = b \rightarrow b = -3$$

Somit kennen wir die Lösung mit $a=-1$ und $b=-3$

Die richtige Lösung lautet:

$a=-1$ und $b=-3$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.