Aufgabe 1616

Quelle: AHS Matura vom 17. September 2014 - Teil-1-Aufgaben - 2. Aufgabe
Angabe mit freundlicher Genehmigung vom Bundesministerium für Bildung; Lösungsweg: Maths2Mind

---

Lösungsfälle quadratischer Gleichungen

Gegeben ist eine quadratische Gleichung der Form $r \cdot x^2 + s \cdot x + t = 0$ mit $r, s, t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Die Anzahl der reellen Lösungen der Gleichung hängt von r, s und t ab.

Aufgabenstellung [0 / 1 P.] – Bearbeitungszeit < 5 Minuten

Geben Sie die Anzahl der reellen Lösungen der gegebenen Gleichung an, wenn r und t verschiedene Vorzeichen haben, und begründen Sie Ihre Antwort allgemein!

Nütze diesen freien Platz, um die Aufgabe selbst zu rechnen:

Lösungsweg zur Aufgabe 1616

Auch wenn die Koeffizienten der Gleichung r, s und t lauten, so handelt es sich doch um die vertraute abc-Formel.

Für die rechnerische Lösung einer allgemeinen quadratischen Gleichung mittels abc Formel gilt:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

Quadratische Gleichungen haben, abhängig von der Diskriminante "D" 3 mögliche Lösungsfälle.

- D > 0 → 2 Lösungen in $\mathbb{R}$
- D = 0 → 1 (eigentlich 2 gleiche) Lösung in $\mathbb{R}$
- D < 0 → keine Lösung in $\mathbb{R}$, aber 2 konjugiert komplexe Lösungen in $\mathbb{C}$

In unserem Fall lautet die Diskriminante wie folgt:

$$D = s^2 - 4 \cdot r \cdot t$$

Wenn r und t verschiedene Vorzeichen haben, dann ist deren Produkt auf jeden Fall negativ. Aus der Differenz wird auf Grund des negativen Subtrahenden 4rt eine Summe, und somit ist die Diskriminante D auf jeden Fall positiv: D > 0 → **2 Lösungen in R**.

Die Gleichung hat 2 Lösungen in R, weil die Diskriminante D bei unterschiedlichem Vorzeichen von r und t auf jeden Fall positiv ist.

Die richtige Lösung lautet:

Die Gleichung hat 2 Lösungen in R, weil die Diskriminante D bei unterschiedlichem Vorzeichen von r und t auf jeden Fall positiv ist.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der richtigen Anzahl und eine korrekte allgemeine Begründung.