Aufgabe 1592

Quelle: AHS Matura vom 16. Jänner 2018 - Teil-1-Aufgaben - 3. Aufgabe
Angabe mit freundlicher Genehmigung vom Bundesministerium für Bildung; Lösungsweg: Maths2Mind

---

Lösungen einer quadratischen Gleichung

Eine Gleichung, die man auf die Form
$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \text{ mit } a, b, c \in \mathbb{R}$
umformen kann, nennt man quadratische Gleichung in der Variablen x mit den Koeffizienten a, b, c.

Eine quadratische Gleichung der Form $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ mit **Satzteil 1** hat in jedem Fall **Satzteil 2**.

- Satzteil 1_1: a>0 und c>0
- Satzteil 1_2: a>0 und c<0
- Satzteil 1_3: a<0 und c<0

- Satzteil 2_1: zwei verschiedene reelle Lösungen
- Satzteil 2_2: genau eine reelle Lösung
- Satzteil 2_3: keine reelle Lösung

Aufgabenstellung [0 / 1 P.] – Bearbeitungszeit < 5 Minuten

Ergänzen Sie den Text im obenstehenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Nütze diesen freien Platz, um die Aufgabe selbst zu rechnen:

Lösungsweg zur Aufgabe 1592

Für die rechnerische Lösung einer allgemeinen quadratischen Gleichung mittels abc Formel gilt:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

Quadratische Gleichungen haben, abhängig von der Diskriminante "D" 3 mögliche Lösungsfälle.

- D > 0 → 2 Lösungen in $\mathbb{R}$
- D = 0 → 1 (eigentlich 2 gleiche) Lösung in $\mathbb{R}$
- D < 0 → keine Lösung in $\mathbb{R}$, aber 2 konjugiert komplexe Lösungen in $\mathbb{C}$

Wir müssen untersuchen, wie sich die Vorzeichen von „a" und „c" auf das Vorzeichen der Diskriminante $D=b^2-4ac$ auswirken

- a>0 und c>0 → 4ac>0. Ob nun D positiv oder negativ ist, hängt von „b" ab, von dem wir aber nichts wissen
- **a>0** und **c<0** → 4ac<0. Auf Grund vom negativen Vorzeichen vor 4ac und auf Grund der Tatsache, dass b^2 - auf Grund vom Quadrat - auf jeden Fall positiv ist, kann man mit Sicherheit sagen, dass **D>0**
- a<0 und c<0 → 4ac>0. Ob nun D positiv oder negativ ist, hängt von „b" ab, von dem wir aber nichts wissen.

Wir kennen den folgenden Zusammenhang zwischen der Diskriminante und der Anzahl der Lösungen:

- 1. Fall: **D > 0 → 2 Lösungen in R**
- 2. Fall: D = 0 → 1 (eigentlich 2 gleiche) Lösung in R
- 3. Fall: D < 0 → keine Lösung in R, aber 2 konjugiert komplexe Lösungen in C

Nur im Fall a>0 und c>0 können wir mit Sicherheit sagen, dass D>0 gelten muss. Aus D>0 können wir sagen, dass 2 verschiedene reelle Lösungen vorliegen.

Eine quadratische Gleichung der Form $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ mit **a>0 und c<0** hat in jedem Fall **zwei verschiedene reelle Lösungen**.

Die richtige Lösung lautet:

Eine quadratische Gleichung der Form $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ mit **a>0 und c<0** hat in jedem Fall **zwei verschiedene reelle Lösungen**.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist.