Aufgabe 1468

Quelle: AHS Matura vom 15. Jänner 2016 - Teil-1-Aufgaben - 2. Aufgabe
Angabe mit freundlicher Genehmigung vom Bundesministerium für Bildung; Lösungsweg: Maths2Mind

---

Quadratische Gleichung

Gegeben ist die folgende quadratische Gleichung in der Unbekannten x über der Grundmenge $\mathbb{R}$

$$4x^2 - d = 2$$

$$d \in \mathbb{R}$$

Aufgabenstellung [0 / 1 P.] – Bearbeitungszeit < 5 Minuten

Geben Sie denjenigen Wert für $d \in \mathbb{R}$ an, für den die Gleichung genau eine Lösung hat!

Nütze diesen freien Platz, um die Aufgabe selbst zu rechnen:

Lösungsweg zur Aufgabe 1468

Für die rechnerische Lösung einer allgemeinen quadratischen Gleichung mittels abc Formel gilt:

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$D=b^2-4ac$$

Quadratische Gleichungen haben, abhängig von der Diskriminante "D" 3 mögliche Lösungsfälle.

- D > 0 → 2 Lösungen in $\mathbb{R}$
- D = 0 → 1 (eigentlich 2 gleiche) Lösung in $\mathbb{R}$
- D < 0 → keine Lösung in $\mathbb{R}$, aber 2 konjugiert komplexe Lösungen in $\mathbb{C}$

Wir müssen die Diskriminante aus der abc Formel untersuchen, wobei wir D so wählen müssen, dass D=0 gilt, denn nur dann hat die quadratische Gleichung genau eine Lösung.

Wir bringen die gegebene Gleichung in die vertraute Normalform, rechts vom Gleichheitszeichen steht eine 0

$$4x^2-d=2 \quad |-2$$

$$4x^2-d-2=0$$

$$4x^2+0x+(-d-2)=0$$

Es gibt nur einen quadratischen und einen konstanten Term, nicht aber einen linearen Term.
Daher: a=4, b=0 und c=(2-d)

Damit die Gleichung genau eine Lösung hat, muss für die Diskriminante gelten
$$D=b^2-4ac=0$$

Nach dem wir a,b und c einsetzen ergibt sich für die Diskriminante:
$$D=0^2-4\cdot4\cdot(-d-2)=16\cdot d+32=0$$

Nun müssen wir nur noch d durch Äquivalenzumformungen "explizit" machen:
$$16\cdot d+32=0 \quad |-32$$

$$16\cdot d=-32 \quad |:16$$

$$d=-2$$

Die richtige Lösung lautet:

d = - 2

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung