



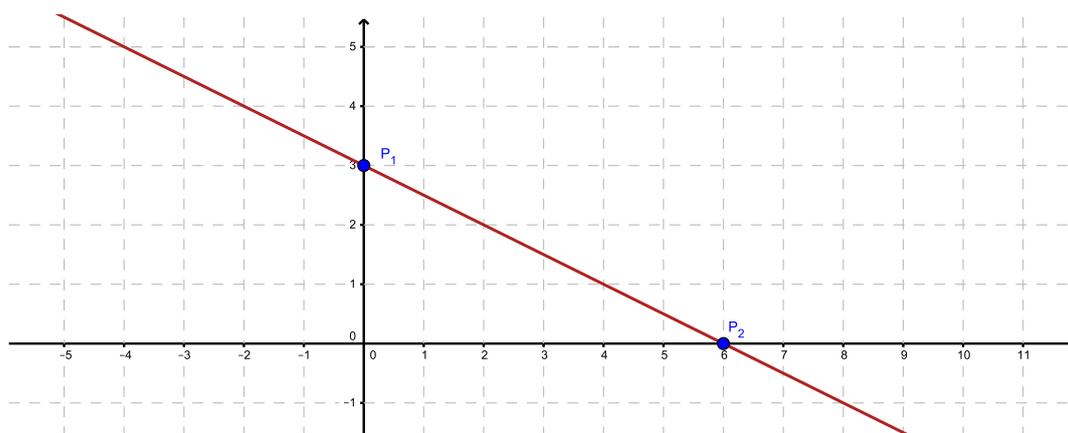
### Aufgabe 1444

Quelle: AHS Matura vom 21. September 2015 - Teil-1-Aufgaben - 2. Aufgabe

Angabe mit freundlicher Genehmigung vom Bundesministerium für Bildung; Lösungsweg: Maths2Mind

### Gleichungssystem

Eine Teilmenge der Lösungsmenge einer linearen Gleichung wird durch die nachstehende Abbildung dargestellt. Die durch die Gleichung beschriebene Gerade  $g$  verläuft durch die Punkte  $P_1$  und  $P_2$ , deren Koordinaten jeweils ganzzahlig sind.



Die lineare Gleichung für  $g$  und eine zweite lineare Gleichung ( $h_1$ , oder  $h_2$  oder  $h_3$ ) bilden ein lineares Gleichungssystem.

- Satzteil 1\_1:  $h_1 : 2x + y = 1$
- Satzteil 1\_2:  $h_2 : x + 2y = 8$
- Satzteil 1\_3:  $h_3 : y = 5$
  
- Satzteil 2\_1: hat das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen
- Satzteil 2\_2: ist die Lösungsmenge des Gleichungssystems  $L = \{(-2|4)\}$
- Satzteil 2\_3: hat das Gleichungssystem keine Lösung

### Aufgabenstellung [0 / 1 P.] – Bearbeitungszeit < 5 Minuten

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Hat die zweite lineare Gleichung die Form **Satzteil 1**, so **Satzteil 2**.

**Nütze diesen freien Platz, um die Aufgabe selbst zu rechnen:**



**Lösungsweg zur Aufgabe 1444**

Zunächst bestimmen wir die Gleichung der Geraden, deren Graph in der Angabe gegeben ist. Die „explizite“ Form der Geradengleichung lautet:  $g: y = k \cdot x + d$

Zuerst bestimmen wir den Koeffizienten k, also die Steigung der Geraden, wie folgt:  $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Dann bestimmen wir den Ordinatenabschnitt d. Der Wert von d ist in der Skizze als der y-Wert an der Stelle  $x=0$  direkt ablesbar

Um also k und d von der Geraden g deren Graph gegeben ist zu bestimmen bieten sich für k folgende 2 Varianten an:

- Variante a: wenn x um 1 Einheit steigt, dann sinkt y um 0,5 Einheiten:  $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-0,5}{1} = -0,5$
- Variante b: wenn x um 6 Einheit steigt, dann sinkt y um 3 Einheiten:  $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{6} = -0,5$

Dann bestimmen wir d. Der Wert von d ist in der Skizze als der y-Wert an der Stelle  $x=0$  direkt ablesbar:  $d = 3$

Somit lautet die explizite Geradengleichung zum gegebenen Graph:  
 $y = -0,5 \cdot x + 3 \Rightarrow k = -0,5; \quad d = 3$

Damit wir die Geraden einfach miteinander vergleichen können, formen wir von der impliziten in die explizite Form der Geradengleichung um:

- Satzteil 1\_1:  $h_1: 2x + y = 1 \Rightarrow y = -2x + 1 \Rightarrow k = -2; \quad d = 1$
- Satzteil 1\_2:  $h_2: x + 2y = 8 \Rightarrow 2y = -x + 8 \Rightarrow y = -0,5x + 4 \Rightarrow k = -0,5; \quad d = 4$
- Satzteil 1\_3:  $h_3: y = 5 \Rightarrow k = 0; \quad d = 5$

Wir fassen zusammen:

$g(x): y = -0,5 \cdot x + 3$	$k = -0,5$	$d = 3$
$h_1(x): y = -2x + 1$	$k = -2$	$d = 1$
$h_2(x): y = -0,5x + 4$	$k = -0,5$	$d = 4$
$h_3(x): y = 5$	$k = 0$	$d = 5$

Man sieht: g und  $h_2$  sind parallele Gerade, da sie die gleiche Steigung k aber unterschiedliche Ordinatenabschnitte d haben. Parallele Geraden haben keinen gemeinsamen Schnittpunkt, das Gleichungssystem g und  $h_2$  hat also keine Lösung. Somit können wir den Satz wie folgt ergänzen:

Hat die zweite lineare Gleichung die Form  $x + 2y = 8$ , so **hat das Gleichungssystem keine Lösung.**



## Die richtige Lösung lautet:

Hat die zweite lineare Gleichung die Form  $x + 2y = 8$ , so **hat das Gleichungssystem keine Lösung.**

---

## Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der richtige Satzteil angekreuzt ist.

