Aufgabe 1395

Quelle: AHS Matura vom 16. Jänner 2015 - Teil-1-Aufgaben - 3. Aufgabe
Angabe mit freundlicher Genehmigung vom Bundesministerium für Bildung; Lösungsweg: Maths2Mind

---

Quadratische Gleichung mit genau zwei Lösungen

Gegeben ist die folgende quadratische Gleichung in der Unbekannten x über der Grundmenge $\mathbb{R}$:

$$x^2 + 10 \cdot x + q = 0 \text{ mit } q \in \mathbb{R}$$

Aufgabenstellung [0 / 1 P.] – Bearbeitungszeit < 5 Minuten

Geben Sie an, für welche Werte für $q \in \mathbb{R}$ die Gleichung genau zwei Lösungen besitzt!

Nütze diesen freien Platz, um die Aufgabe selbst zu rechnen:

Lösungsweg zur Aufgabe 1395

Der Koeffizient a vor dem quadratischen Glied ist 1. Es liegt daher die Normalform der quadratischen Gleichung vor. Für die rechnerische Lösung einer quadratischen Gleichung in Normalform mittels pq Formel gilt:

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

Quadratische Gleichungen haben, abhängig von der Diskriminante "D" 3 mögliche Lösungsfälle.

- D > 0 → 2 Lösungen in $\mathbb{R}$
- D = 0 → 1 (eigentlich 2 gleiche) Lösung in $\mathbb{R}$
- D < 0 → keine Lösung in $\mathbb{R}$, aber 2 konjugiert komplexe Lösungen in $\mathbb{C}$

Die gegebene Gleichung lautet: $x^2 + 10 \cdot x + q = 0 \text{ mit } q \in \mathbb{R}$. Damit diese Gleichung genau 2 Lösungen in $\mathbb{R}$ hat, muss für die Diskriminante wie folgt gelten:

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q > 0$$

Da wir p=10 kennen können wir q einfach durch Äquivalenzumformung ausrechnen:

$$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q > 0$$

$$\left(\frac{10}{2}\right)^2 - q > 0$$

$$25 - q > 0$$

$$25 > q \to q < 25$$

Die richtige Lösung lautet:

$$q < 25$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung