Aufgabe 11180

Quelle: AHS Matura vom 3. Mai 2022 - Teil-1-Aufgaben - 2. Aufgabe
Angabe mit freundlicher Genehmigung vom Bundesministerium für Bildung; Lösungsweg: Maths2Mind

---

Quadratische Gleichung

Gegeben ist die folgende quadratische Gleichung in der Variablen x:

$3 \cdot x^2 + a = 2 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 4 \text{ mit } a \in \mathbb{R}$

Aufgabenstellung [0 / 1 P.] – Bearbeitungszeit < 5 Minuten

Ermitteln Sie alle Werte von a, für die die gegebene Gleichung zwei verschiedene Lösungen in $\mathbb{R}$ hat.

Nütze diesen freien Platz, um die Aufgabe selbst zu rechnen:

Lösungsweg zur Aufgabe 11180

Wir formen die Gleichung so um, dass auf der rechten Seite eine Null steht:

$$3 \cdot x^2 + a = 2 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 4 \quad \left| -2x^2 - 6x + 4 \right.$$

$$3 \cdot x^2 + a - 2x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$3 \cdot x^2 - 2x^2 - 6x + a + 4 = 0$$

$$x^2 - 6x + a + 4 = 0$$

Der Koeffizient a vor dem quadratischen Glied ist 1. Es liegt daher die Normalform der quadratischen Gleichung vor. Für die rechnerische Lösung einer quadratischen Gleichung in Normalform mittels pq Formel gilt:

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

Quadratische Gleichungen haben, abhängig von der Diskriminante "D" 3 mögliche Lösungsfälle.

- D > 0 → 2 Lösungen in $\mathbb{R}$
- D = 0 → 1 (eigentlich 2 gleiche) Lösung in $\mathbb{R}$
- D < 0 → keine Lösung in $\mathbb{R}$, aber 2 konjugiert komplexe Lösungen in $\mathbb{C}$

Damit die gegebene quadratische Gleichung zwei verschiedene Lösungen in $\mathbb{R}$ hat muss D>0 gelten

Der Angabe entnehmen wir:

$$p = -6 \quad q = a + 4$$

Wir setzen in die Gleichung für die Diskriminante ein

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - (a + 4) > 0$$

$$\frac{36}{4} - a - 4 > 0$$

$$5 - a > 0$$

$$5 > a$$

$$a < 5$$

Die richtige Lösung lautet:

$a < 5$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für das richtige Ermitteln aller Werte von a.