Aufgabe 1878

Quelle: AHS Matura vom 12. Jänner 2022 - Teil-1-Aufgaben - 1. Aufgabe
Angabe mit freundlicher Genehmigung vom Bundesministerium für Bildung; Lösungsweg: Maths2Mind

---

Zahlendarstellungen

Für Zahlen gibt es verschiedene Darstellungsmöglichkeiten. So ist etwa $\frac{1}{2}=0{,}5$ als endliche Dezimalzahl oder $\frac{1}{6}=0{,}1\dot{6}$ als periodische Dezimalzahl darstellbar. Untenstehend sind Aussagen zu Darstellungsmöglichkeiten verschiedener Zahlen gegeben.

- Aussage 1: Jede rationale Zahl lässt sich als endliche Dezimalzahl oder als periodische Dezimalzahl darstellen.
- Aussage 2: Jede reelle Zahl kann als Bruch zweier ganzer Zahlen dargestellt werden.
- Aussage 3: Jeder Bruch zweier ganzer Zahlen kann als endliche Dezimalzahl dargestellt werden.
- Aussage 4: Es gibt rationale Zahlen, die man nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellen kann.
- Aussage 5: Es gibt Quadratwurzeln natürlicher Zahlen, die nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen dargestellt werden können.

Aufgabenstellung [0 / 1 P.] – Bearbeitungszeit < 5 Minuten

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Nütze diesen freien Platz, um die Aufgabe selbst zu rechnen:

Lösungsweg zur Aufgabe 1878

Können wir die jeweilige Aussage mit den gegebenen Definitionen in Einklang bringen, so ist die Aussage als richtig zu werten. Finden wir allerdings ein einziges Gegenbeispiel, so ist die Aussage als falsch zu werten.
Zudem gilt: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

- Aussage 1: **Richtig**, weil rationale Zahlen $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \middle| p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}^{\text{ohne } 0} \right\}$ alle positiven oder negativen Zahlen sind, die sich als Quotient (als Bruch) darstellen lassen, wobei sowohl im Zähler als auch im Nenner ganze Zahlen stehen. Umgekehrt können diese Brüche wiederum durch Division des Zählers durch den Nenner, als endliche oder als periodische Dezimalzahlen dargestellt werden.
- Aussage 2: **Falsch**, weil die Zahlen die sich als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellen lassen, wie bereits bei der 1. Aussage angeführt, die rationalen Zahlen sind. Die reellen Zahlen sind, die um die irrationalen Zahlen erweiterten, rationalen Zahlen. $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$. Irrationale Zahlen lassen sich nicht als Bruch mit ganzen Zahlen im Zähler und im Nenner darstellen.
- Aussage 3: **Falsch**, weil sich bereits in der Angabe ein Gegenbeispiel befindet: $\frac{1}{6} = 0{,}1\dot{6}$, das ist eine periodische und keine endliche Dezimalzahl.
- Aussage 4: **Falsch**, weil es sich bei dieser Aussage um die Definition der rationalen Zahlen handelt: $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \middle| p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}^{\text{ohne } 0} \right\}$
- Aussage 5: **Richtig**, weil es sehr wohl natürliche Zahlen gibt, deren Quadratwurzel keine rationale Zahl ist. z.B.: $\sqrt{2} \approx 1{,}4142...$

Die richtige Lösung lautet:

- Aussage 1: Richtig
- Aussage 2: Falsch
- Aussage 3: Falsch
- Aussage 4: Falsch
- Aussage 5: Richtig

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.