



Aufgabe 1445

Quelle: AHS Matura vom 10. Mai 2016 - Teil-1-Aufgaben - 1. Aufgabe
Angabe mit freundlicher Genehmigung vom Bundesministerium für Bildung; Lösungsweg: Maths2Mind

Gleichungen

Gegeben sind fünf Gleichungen in der Unbekannten x .

- Aussage 1: $2x = 2x + 1$
 - Aussage 2: $x = 2x$
 - Aussage 3: $x^2 + 1 = 0$
 - Aussage 4: $x^2 = -x$
 - Aussage 5: $x^3 = -1$
-

Aufgabenstellung [0 / 1 P.] – Bearbeitungszeit < 5 Minuten

Welche dieser Gleichungen besitzt / besitzen zumindest eine reelle Lösung?
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

Nütze diesen freien Platz, um die Aufgabe selbst zu rechnen:



Lösungsweg zur Aufgabe 1445

- Aussage 1: $2x = 2x + 1$ **Falsch**, weil die lineare Gleichung keine Lösung hat:
 $2x = 2x + 1 \rightarrow 0 = 1 \rightarrow f.A. \Rightarrow L = \{ \}$
- Aussage 2: $x = 2x$ **Richtig**, weil die lineare Gleichung eine Lösung hat:
 $x = 2x \quad | -x$
 $0 = x \rightarrow w.A. \Rightarrow L = \{0\}$
- Aussage 3: $x^2 + 1 = 0$ **Falsch**, weil die quadratische Gleichung keine Lösung hat:
 $x^2 + 1 = 0$
 $x^2 = -1$
 $x = \sqrt{-1} = i \notin \mathbb{R} \Rightarrow L = \{ \}$

Diese Gleichung besitzt in den reellen Zahlen keine Lösung.

Sie hätte aber eine Lösung im Bereich der komplexen Zahlen.

- Aussage 4: $x^2 = -x$ **Richtig**, weil

$$x^2 = -x \quad | +x$$

$$x^2 + x = 0$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow L_1 = \{0\}$$

Die 2. Lösung bzw. beide Lösungen der quadratischen Gleichung, die man aber zur Beantwortung der Fragestellung nicht benötigt, erhält man wie folgt:

$$p = 1; \quad q = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \Rightarrow L = \{0; -1\}$$

- Aussage 5: $x^3 = -1$ **Richtig**, weil die Gleichung 3. Grades eine reelle und zwei konjugiert komplexe Lösungen hat.

$$x^3 = -1$$

$$x_1 = -1 \Rightarrow L = \{-1\}$$

$$x_{2,3} = \pm \sqrt[3]{-1} \Rightarrow L \in \mathbb{C}$$

Die richtige Lösung lautet:

- Aussage 1: **Falsch**
- Aussage 2: **Richtig**
- Aussage 3: **Falsch**
- Aussage 4: **Richtig**
- Aussage 5: **Richtig**

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich alle 3 richtigen Gleichungen angekreuzt sind.